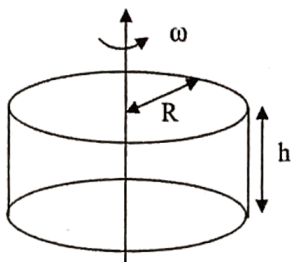


# TD - MÉCANIQUE DES FLUIDES

## Exo 1 — Ultracentrifugation d'un gaz parfait

Un réservoir cylindrique, de rayon  $R$ , de hauteur  $h$ , est rempli d'un gaz parfait dont l'équation d'état est :  $p = \frac{\rho k_B T}{m}$  où  $m$  la masse d'une molécule de fluide,  $k_B$  la constante de Boltzmann et  $\rho$  la masse volumique. Le gaz est en équilibre thermique à la température  $T$ . La pression et la masse volumique au repos sont respectivement  $p_0$  et  $\rho_0$ . Le réservoir tourne à une vitesse angulaire  $\omega$  autour de l'axe vertical du cylindre entraînant ainsi le fluide. On se place en régime permanent.

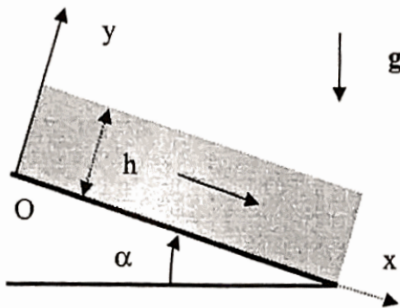


Montrer que la pression  $p(r)$  vaut :

$$p(r) = p_0 \left( \frac{m\omega^2 R^2}{2k_B T} \right) \frac{\exp\left(\frac{m\omega^2 r^2}{2k_B T}\right)}{\exp\left(\frac{m\omega^2 R^2}{2k_B T}\right) - 1}$$

## Exo 2 — Ecoulement visqueux sur un plan incliné

Un liquide homogène incompressible de masse volumique  $\rho$ , de viscosité  $\eta$ , s'écoule le long d'un plan incliné faisant l'angle  $\alpha$  avec le plan horizontal. On suppose que l'épaisseur de la couche liquide est constante et égale à  $h$ . On suppose l'écoulement permanent et bidimensionnel dans le plan  $(x, O, y)$ . La pression de l'air au-dessus de l'interface fluide-air est uniforme et égale à  $p_a$ . L'air est supposé être un fluide parfait.



1. En supposant que le vecteur vitesse et la pression ne dépendent que de  $y$ , montrer que la composante  $v_y(y)$  est nulle.

2. Déterminer  $v_x(y)$  en précisant la condition de passage en  $y = h$ . Représenter le profil de vitesse  $\mathbf{v}(y)$ .

3. Calculer le débit volumique  $Q$  par unité de largeur selon  $z$ .

## Exo 3 — Le vortex de Rankine

Le tube de vorticité est un cylindre infini, d'axe  $Oz$ , de rayon  $a$ . En dehors de ce cylindre, la vorticité est nulle. A l'intérieur, elle est uniforme et vaut :  $\boldsymbol{\omega} = \omega \mathbf{u}_z$ .

1. Déterminer à une constante près, la pression dans le fluide en fonction de la distance  $r$  à l'axe en dehors du tube de vorticité ( $r > a$ ).

Lorsqu'on mixe la soupe dans une casserole, les particules de légume vont-elles se coller au bord de la casserole ?

2. Le tourbillon a lieu maintenant dans un liquide surmonté par l'atmosphère à la pression  $p_0$ . Déterminer l'équation de la surface libre et donner son allure sur un schéma. Comment peut-on visuellement apprécier la violence d'un tourbillon dans une rivière ?