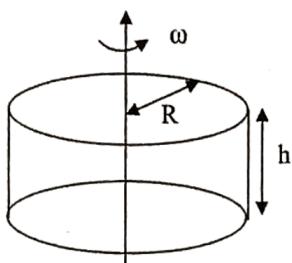


TD - MÉCANIQUE DES FLUIDES

Exo 1 — Ultracentrifugation d'un gaz parfait

Un réservoir cylindrique, de rayon R , de hauteur h , est rempli d'un gaz parfait dont l'équation d'état est : $p = \frac{\rho k_B T}{m}$ où m la masse d'une molécule de fluide, k_B la constante de Boltzmann et ρ la masse volumique. Le gaz est en équilibre thermique à la température T . La pression et la masse volumique au repos sont respectivement p_0 et ρ_0 . Le réservoir tourne à une vitesse angulaire ω autour de l'axe vertical du cylindre entraînant ainsi le fluide. On se place en régime permanent.



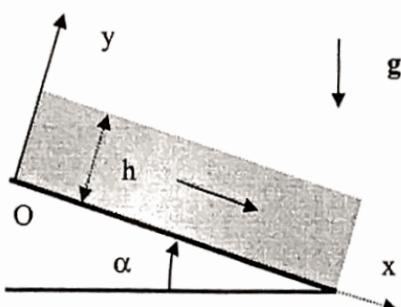
Montrer que la pression $p(r)$ vaut :

$$p(r) = p_0 \left(\frac{m\omega^2 R^2}{2k_B T} \right) \frac{\exp\left(\frac{m\omega^2 r^2}{2k_B T}\right)}{\exp\left(\frac{m\omega^2 R^2}{2k_B T}\right) - 1}$$

Exo 2 — Ecoulement visqueux sur un plan incliné

Un liquide homogène incompressible de masse volumique ρ , de viscosité η , s'écoule le long d'un plan incliné faisant l'angle α avec le plan horizontal. On suppose que l'épaisseur de la couche liquide est constante et égale à h . On suppose l'écoulement permanent et bidimensionnel dans le plan (x, O, y) .

La pression de l'air au-dessus de l'interface fluide-air est uniforme et égale à p_a . L'air est supposé être un fluide parfait.



1. En supposant que le vecteur vitesse et la pression ne dépendent que de y , montrer que la composante $v_y(y)$ est nulle.
2. Déterminer $v_x(y)$ en précisant la condition de passage en $y = h$. Représenter le profil de vitesse $v(y)$.
3. Calculer le débit volumique Q par unité de largeur selon z .

Exo 3 — Le vortex de Rankine

Le tube de vorticité est un cylindre infini, d'axe Oz, de rayon a . En dehors de ce cylindre, la vorticité est nulle. A l'intérieur, elle est uniforme et vaut : $\omega = \omega u_z$.

1. Déterminer à une constante près, la pression dans le fluide en fonction de la distance r à l'axe en dehors du tube de vorticité ($r > a$).

Lorsqu'on mixe la soupe dans une casserole, les particules de légume vont-elles se coller au bord de la casserole ?

2. Le tourbillon a lieu maintenant dans un liquide surmonté par l'atmosphère à la pression p_0 . Déterminer l'équation de la surface libre et donner son allure sur un schéma. Comment peut-on visuellement apprécier la violence d'un tourbillon dans une rivière ?