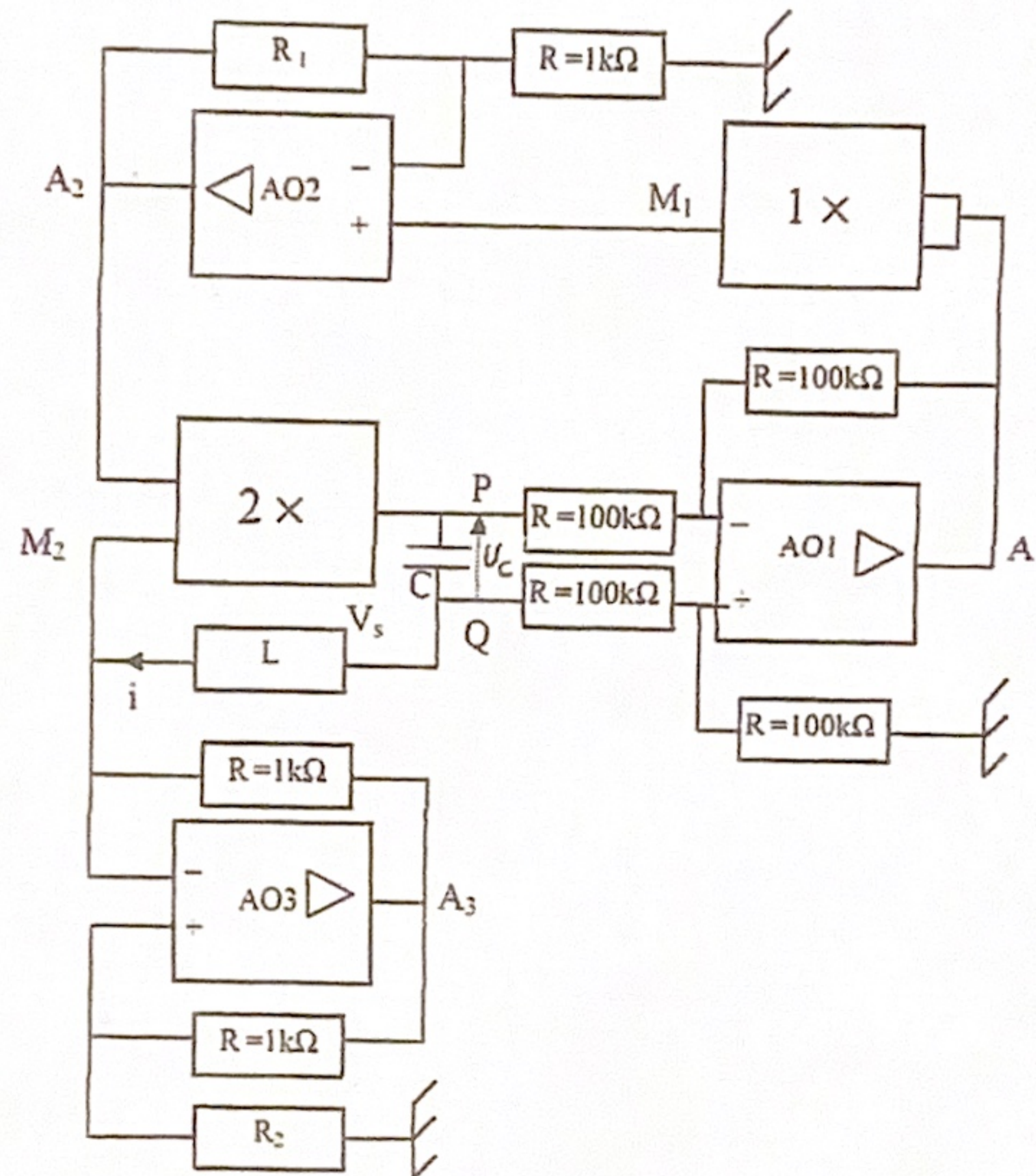


oscillateur de Van der Pol

Le montage ci-dessous comprend trois amplificateurs opérationnels travaillant en régime linéaire et deux multiplicateurs identiques dont la tension de sortie est égal au produit des deux tensions d'entrée par un coefficient $k = 0,1 \text{ V}^{-1}$. On note U_c la tension aux bornes du condensateur de capacité C .

1. Exprimer la tension de sortie de l'amplificateur AO1 en fonction de U_c . Quelles sont les fonctions de AO1 et AO2 ? On notera K le gain de AO2.
2. Exprimer la tension V_{M_2} en fonction du courant i passant dans la bobine d'inductance L . Quel est le rôle de AO3 ?



3. A quelle condition peut-on écrire : $i = C \frac{dU_c}{dt}$? Cette condition étant réalisée, déterminer l'équation différentielle du deuxième ordre suivie par la tension U_c en négligeant la résistance de la bobine.
4. Montrer sans calculs que la tension U_c oscille au cours du temps.

Oscillatoren de Van der Pol

1) AO1: $V_- = \frac{V_P}{n} + \frac{V_{A1}}{n} = \frac{V_P + V_{A1}}{\frac{1}{n} + \frac{1}{n}} = \frac{V_P + V_{A1}}{2}$ $V_+ = \frac{V_Q \cdot n}{n+n} = \frac{V_Q}{2}$

$$V_+ = V_- \quad \frac{V_Q}{2} = \frac{V_P}{2} + \frac{V_{A_1}}{2} \quad \text{da } U_c = V_P - V_Q \quad \text{Soll } V_{A_1} = -U_c$$

substituieren
 $\Rightarrow$ im Versen.

A02: $V_{A2} = \frac{R_1 + R}{R} \cdot V_{in}$ Amplifizierte non inverting.

$$\boxed{V_{A_2} = K V_{m_1}} \quad \text{Soll} \quad \underline{V_{A_2} = h K U_c^2} \quad \text{con} \quad V_{m_1} = h U_c^2$$

2) Resistance negative: $V_{R2} - V_{A3} = R_i$ $V_{A3} = V_{R2} - R_i$

$V_{R2} = V_+ = V_{A3} \cdot \frac{R_2}{R_1 + R_2} = \frac{R_2}{R_1 + R_2} \cdot (V_{R2} - R_i)$

$$\text{Sol: } V_{n2} \left[\frac{R_1 + R_2 - R_2}{R_1 + R_2} \right] = - \frac{R_2 R_1}{R_1 + R_2} i$$

$$V_{n2} = -R_2 i$$

3) Il faut que $R_2 \ll 100 \text{ k}\Omega \Rightarrow$ facile à réaliser.

$$\text{Satz } i = c \frac{du_c}{dt}.$$

$$V_p = h V_{A2} V_{A2} = h \cdot h K V_c^2 \cdot (-R_2 i) \quad V_g = -R_2 i + L \frac{di}{dt}$$

Somit $U_c = V_p - V_q \Rightarrow U_c = -k^2 R U_c^2 R_2 \dot{i} + R_2 \dot{i} - L \frac{d\dot{i}}{dt}$ et $\dot{i} = c \frac{dU_c}{dt}$.

④ $\text{Dnc } L C \frac{d^2 u_c}{dt^2} + [h^2 K U_c^2 R_2 - R_2] C \frac{du_c}{dt} + u_c = 0$

$$\frac{d^2 u_c}{dt^2} - \frac{R_2}{L} [1 - h^2 k \cdot u_c^2] \cdot \frac{du_c}{dt} + \frac{1}{Lc} \cdot u_c = 0$$

$$u_{\text{Lim}} = \frac{1}{h\sqrt{k}}$$

41

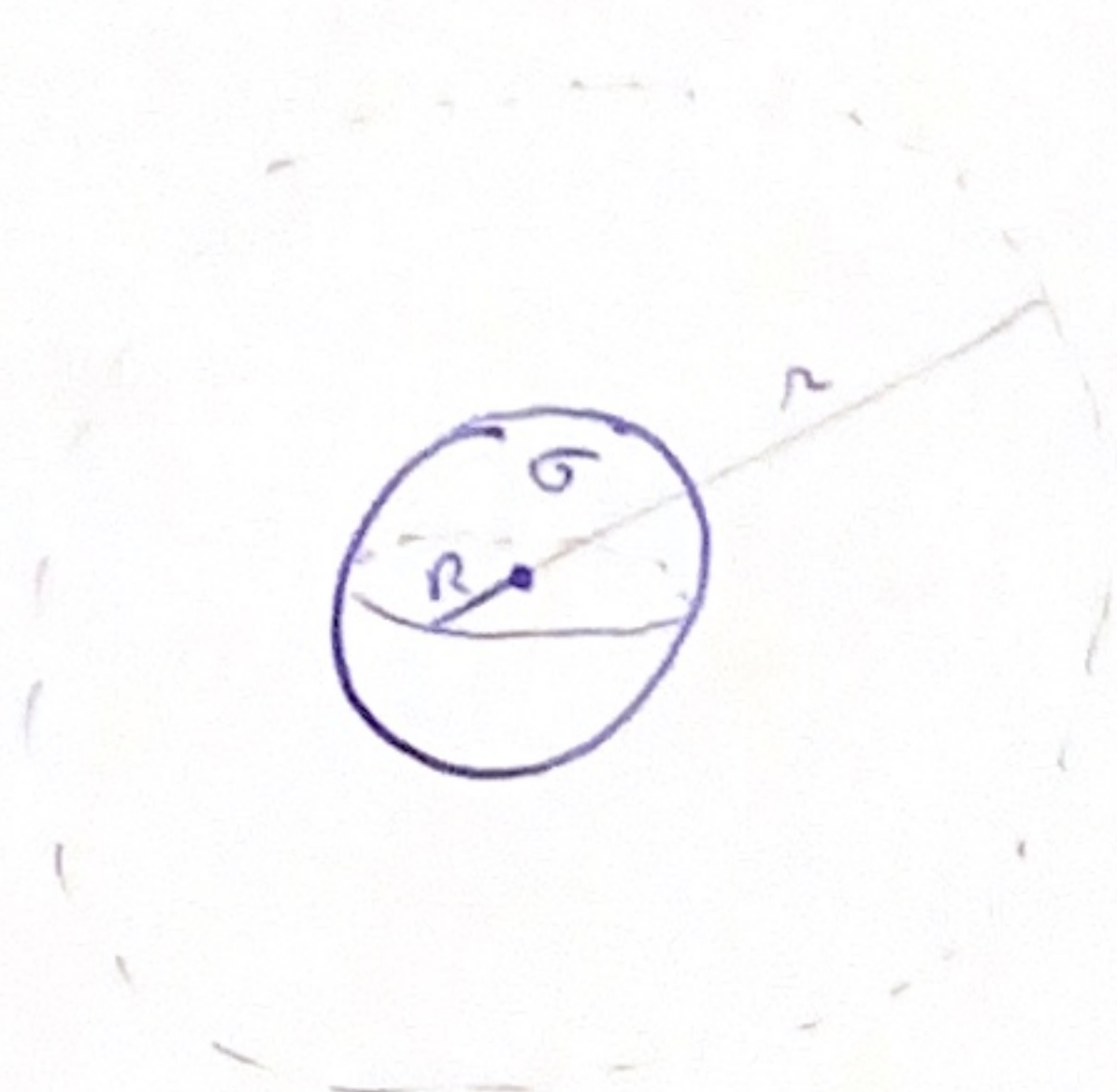
Exo 3 — Diffusion de neutrons avec symétrie sphérique

Des neutrons sont créés dans un milieu délimité par une sphère de rayon R à raison de σ particules par unité de temps et par unité de volume. On peut imaginer le cas d'une source radiative de forme sphérique. Ils diffusent dans tout l'espace isotrope (symétrie sphérique) avec un coefficient de diffusion D . On s'intéresse au cas stationnaire.

Déterminer le nombre de neutrons par unité de volume $n^*(r)$ en tout point de l'espace.

On donne, en coordonnées sphériques : $\vec{\nabla}(n^*) = \frac{\partial n^*}{\partial r} \vec{e}_r$, ainsi que $\text{div}(\vec{j}) = \frac{1}{r^2} \frac{\partial(r^2 j)}{\partial r}$ avec $\vec{j} = j(r) \vec{e}_r$,

Diffusion de neutrons avec Sym. Sphérique :



* eq^o diff $\boxed{\frac{\partial n}{\partial t} + \text{Div}(\vec{j}) = S}$
 RP int sft. (r < R)

* r $\vec{j} = -D \vec{\nabla} n = -D \frac{\partial n}{\partial r} \vec{e}_r$

Soit $\rightarrow$ si $\boxed{r \geq R}$ ^{EXT} $\frac{\text{Div}(\vec{j}) = 0$
 (flux constant)

$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(-D r^2 \frac{\partial n}{\partial r} \right) = 0$

$n(r) \xrightarrow{\infty} 0 = 0 + \beta$

$r^2 \frac{\partial n}{\partial r} = A \quad \frac{\partial n}{\partial r} = \frac{A}{r^2} \Rightarrow \boxed{n(r) = -\frac{A}{r} + C}$

$\boxed{j(r) = -\frac{DA}{r^2} \propto \frac{1}{r^2}}$

Soit $\rightarrow$ si $\boxed{r \leq R}$ ^{INT} $\text{Div}(\vec{j}) = S$

$\frac{1}{r^2} \frac{\partial}{\partial r} \left(-D r^2 \frac{\partial n}{\partial r} \right) = S$

$\frac{\partial}{\partial r} \left(r^2 \frac{\partial n}{\partial r} \right) = -\frac{S}{D} r^2$

Typique du sphérique

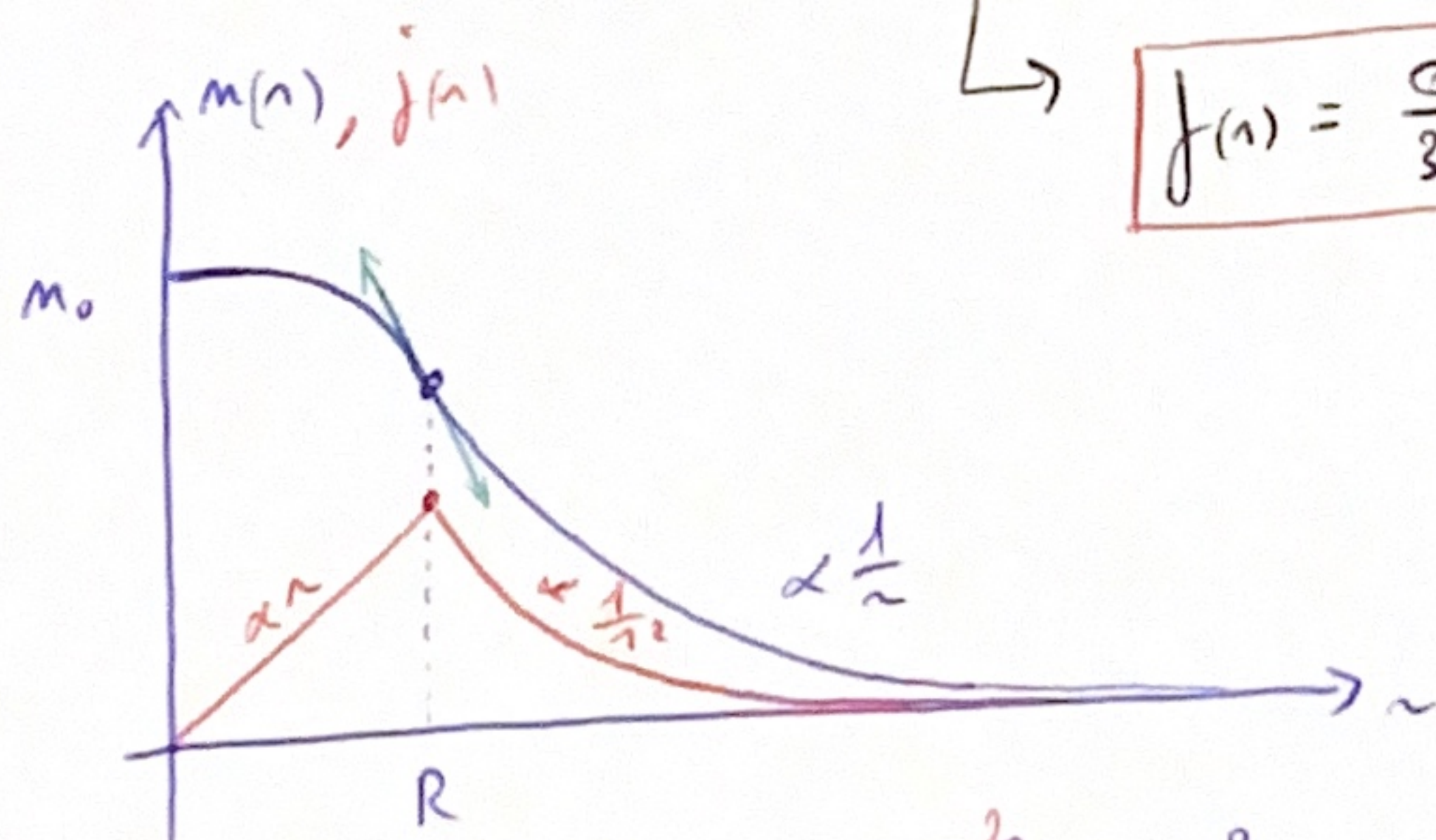
$\frac{\partial n}{\partial r} = -\frac{S}{3D} \frac{r}{r^2} + \frac{C}{r^2} \propto j(r)$

Sym Sphérique $\Rightarrow \vec{j}(r=0) = \vec{0}$
 $\Rightarrow C=0$

pas de direction privilégiée

$\boxed{n(r) = n_0 - \frac{S}{6D} r^2}$ Autre PB obligeant de $n(r)$ en 0...

$\hookrightarrow \boxed{j(r) = \frac{S}{3} \cdot r} \propto r$



Il faut Trouver n_0 et A

$\hookrightarrow$ continuité : $\boxed{n(R^-) = n(R^+)}$

$n_0 - \frac{S}{6D} R^2 = -\frac{A}{R}$

et $j(R^-) = j(R^+) : \frac{S}{3} R = -\frac{DA}{R^2}$

Soit $\boxed{A = -\frac{S R^3}{3D}}$

$n_0 = \frac{S R^3}{3 \cdot 6D} + \frac{S R^2}{6D}$
 $\frac{1}{3} + \frac{1}{6} = \frac{2+1}{6} = \frac{1}{2}$

$\boxed{n_0 = \frac{S R^2}{2D}}$

^{Int} $\boxed{n(r) = \frac{S R^2}{6D} \left[3 - \left(\frac{r}{R} \right)^2 \right]}$

^{Ext} $\boxed{n(r) = \frac{S R^3}{3D} \cdot \frac{1}{r}}$